TEMA 1: Introducción

Prefijos y unidades del SI (Sistema Internacional)

$\boldsymbol{p = 10^{-12}\ n = 10^{-9}\ \mu = 10^{-6}\ m = 10^{-3}\ k = 10^{3}\ M = 10^{6}\ G = 10^{9}\ T = 10^{12}}$

$\boldsymbol{k_i = 2^{10}\ M_i = 2^{20}\ G_i = 2^{30}\ T_i = 2^{40}\quad 1Byte = 8\ bits}$

Ejemplo 1: $2MiB =>$ $\qquad$ $bits$ ***Ejemplo 2:*** $2MB =>$ $\qquad$ $bits$

Ejemplo 3: $300kbps =>$ $\qquad$ $bytes/s$ ***Ejemplo 4:*** $100KiBs =>$ $\qquad$ bps

Velocidad de descarga

$$v_{descarga} = \frac{Tamaño\ fichero}{Tiempo\ descarga}\left[\frac{bits/bytes}{s}\right]$$

Velocidad de propagación

$$v = c = 3 \cdot 10^{8} = \lambda \cdot f\ \left[\frac{m}{s}\right]$$

Potencia

$$\boldsymbol{P = V \cdot I = \frac{V^2}{R} = I^2 \cdot R}$$

TEMA 2: Vectores

Nomenclatura

$$\boldsymbol{\vec{\imath} = \overline{U}_x\ \vec{\jmath} = \overline{U}_y\ \vec{k} = \overline{U}_z}$$

Determinar un Vector a partir de 2 puntos

$$\boldsymbol{\overline{AB} = (b_x - a_x)\vec{\imath} + (b_y - a_y)\vec{\jmath} + (b_z - a_z)\ \vec{k}}$$

Producto Vectorial

$$\boldsymbol{\overline{a}\ x\ \overline{b} = \begin{vmatrix} \vec{\imath} & \vec{\jmath} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \cdot \vec{\imath} - \begin{vmatrix} a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} \cdot \vec{\jmath} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \cdot \vec{k}}$$

NOTA: El producto vectorial no es conmutativo $\overline{a}\ x\ \overline{b} \neq \overline{b}\ x\ \overline{a}$ y su resultado siempre es un vector. Además, se puede calcular su módulo como: $|\overline{a}\ x\ \overline{b}| = a \cdot b\ \cdot sen\ \theta$. El módulo del producto vectorial se utiliza para calcular el área del paralelogramo o triangulo.

$$Area\ Paralelogramo = |\overline{a}\ x\ \overline{b}|$$

$$Area\ Triangulo = \frac{1}{2}|\overline{AB}\ x\ \overline{AC}|$$

Producto Escalar (Calcular la proyección de un vector sobre otro vector)

$$\boldsymbol{\overline{a}\ \cdot\ \overline{b} = a_x b_x + a_y b_y + a_z b_z}$$

NOTA: El producto escalar es conmutativo $\overline{a} \cdot \overline{b} = \overline{b}\ \cdot \overline{a}$ y su resultado siempre es un número. Además, se puede calcular como: $\overline{a}\ \cdot\ \overline{b} = a \cdot b\ \cdot cos\ \theta$.

NOTA: El producto escalar de dos vectores perpendiculares ($\theta = \pm\frac{\pi}{2} = \pm 90^{o}$) es nulo y el producto vectorial de dos vectores paralelos o antiparalelos ($\theta = \pm\pi, 0 = \pm 180^{o}$) es nulo.

La Omega de Fran

TEMA 3: Movimiento Armónico Simple

Un movimiento armónico simple es un movimiento unidireccional de amplitud y frecuencia constantes.

Elongación: $x = A * sen(\omega t + \varphi\ )\ [m]$

Velocidad: $v_x = \frac{dx}{dt} = A * \omega * cos(\omega t + \varphi\ )\ [m \cdot s^{-1}]\ (Desfasado\ \frac{\pi}{2}\ con\ la\ elongación)$

Aceleración: $a_x = \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{dv_x}{dt} = -A * m * \omega^2 * sen(\omega t + \varphi\ ) = \ -\omega^2 * x\ [m \cdot s^{-2}]$

$(Desfasado\ \pi\ con\ la\ elongación\ y\ desfasado\ \frac{\pi}{2}\ con\ la\ velocidad)$

NOTA: Decir que esta desfasado $\frac{\pi}{2}$ equivale a decir cuadratura de fase y desfasado π equivale a decir oposición de fase. Por ejemplo, la elongación de un movimiento armónico simple está en oposición de fase con la aceleración.

Constante Elástica del medio

Ley de Hooke $\bar{F} = -\ k \cdot \bar{x}$

2ª Ley de Newton $\bar{F} = \ m \cdot \bar{a} = \ -\omega^2 * \bar{x} = -\ \ k \cdot \bar{x} => k = \ m\omega^2\ \ siendo\ \omega = 2\pi f\ = \frac{2\pi}{T}$.

Energía M.A.S

La energía cinética se puede calcular como: $E_c\ = \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}m(A * \omega * cos(\omega t + \varphi\ )\ )^2$

En la ecuación anterior se puede sustituir: $cos^2(\omega t + \varphi\ )\ = 1 - sen^2(\omega t + \varphi\ )$ y $k = m\omega^2$ quedando la ecuación de la siguiente manera: $E_c = \frac{1}{2}m\omega^2(A^2 * (1 - sen^2(\omega t + \varphi\ )\ ) =$

$\boxed{E_c = \frac{1}{2}k(A^2 - x^2)}$ esta ecuación obtiene la energía cinética en función de la posición, no se puede utilizar directamente hay que obtenerla.

NOTA: Es muy habitual que me pregunten que calcule los puntos donde la energía cinética es: $\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \ldots$ de la energía potencial.

La energía potencial se obtiene de la fuerza, que al ser conservativa se puede expresar como: $\bar{F} = -\ \nabla E_p$

Ley de Hooke $\bar{F} = -\ k \cdot \bar{x}$, igualando ambas ecuaciones se puede despejar la energía potencial: $-\ k \cdot x\overline{u_x} = -(\frac{dEp_x}{dx}\overline{U}_x + \frac{dEp_y}{dy}\overline{U}_y + \frac{dEp_z}{dz}\overline{U}_z)$

$k \cdot x = \frac{dEp_x}{dx} => k \cdot x\ dx = dEp_x => \ E_p = \int k \cdot x\ dx = \ \ \frac{1}{2}kx^2 + cte = \boxed{E_p = \ \frac{1}{2}kx^2}$

Movimiento circular uniforme

$v = \omega * radio$

TEMA 4: Ondas Armónicas

Una onda se define como la propagación de una perturbación a lo largo de un medio. Las ondas se representan matemáticamente mediante una ecuación denominada función de onda, la cual tiene una doble dependencia: depende del tiempo y del espacio $\boldsymbol{\Psi}(\bar{\boldsymbol{r}}, \boldsymbol{t})$.

La función de una onda armónica se expresa de la siguiente manera:

$$\Psi(\bar{r}, t) = \Psi_0 \cos\left(\omega t - \bar{k} \cdot \bar{r} + \varphi\right)$$

donde:

Ψ_0 es la amplitud

ω es la pulsación o frecuencia angular: $\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$

$\bar{k}$ es el vector de propagación que determina la dirección de propagación, se define como: $\bar{k} = k_x \bar{U}_x + k_y \bar{U}_y + k_z \bar{U}_z$. Si la onda se propaga en la dirección del eje X: $\bar{k} = k_x \bar{U}_x$ y la función de onda se simplificaría: $\Psi(x, t) = \Psi_0 \cos(\omega t - k \cdot x + \varphi)$.

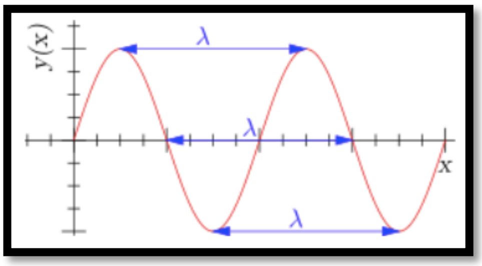
$\bar{r}$ es el vector de posición: $\bar{r} = x\bar{U}_x + y\bar{U}_y + z\bar{U}_z$

φ es la fase inicial

Escalares

El módulo de k se denomina número de onda, y se define como el número de periodos espaciales que la onda realiza en un ciclo completo de 2π. El periodo espacial se representa con la letra λ , también llamado longitud de onda.

Su módulo se calcula como: $k = \frac{\omega}{v_s}$; $k = \frac{2\pi}{\lambda}$



Si partimos de las relaciones de periodicidad espacial y temporal de la onda se puede obtener la velocidad de propagación de la onda: $v = \frac{\omega}{k} = \lambda f$.

Interferencia

Cuando dos o más ondas se encuentran en el espacio, sus perturbaciones se superponen, dando lugar a una perturbación que se denomina interferencia. Para que se dé lugar esta superposición, las ondas deben tener la misma frecuencia

La amplitud e intensidad de la perturbación resultante será:

$$I_T = I_1 + I_2 + 2 \cdot \sqrt{I_1 I_2} cos\ \delta$$

${\Psi_0}^2 = {\Psi_{01}}^2 + {\Psi_{02}}^2 + 2 \cdot \Psi_{01} \Psi_{02} cos\ \delta$, siendo δ el desfase de las ondas en el punto P:

$$\delta = (\omega t - k \cdot x_1 + \varphi_1) - (\omega t - k \cdot x_2 + \varphi_2) = k \cdot (x_2 - x_1) + (\varphi_1 - \varphi_2)$$

Tipos de interferencia

Existen 3 tipos de interferencias en función del desfase δ con el que las ondas llegan a un punto P.

- **Interferencia constructiva**: La interferencia constructiva supone obtener la mayor intensidad posible en el punto P, para ello se debe cumplir $cos\ \delta = 1$:

  $$\delta = 2n\pi$$

  $$\Psi_0 = \Psi_{01} + \Psi_{02}$$

  $$I_T = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2$$

- **Interferencia destructiva**: La interferencia destructiva supone obtener la menor intensidad posible en el punto P, para ello se debe cumplir $cos\ \delta = -1$:

  $$\delta = \pi \cdot (2n + 1)$$

  $$\Psi_0 = \Psi_{01} - \Psi_{02}$$

  $$I_T = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2$$

- **Cancelación completa**: La cancelación completa es un tipo de interferencia destructiva supone obtener intensidad nula en el punto P, para ello se debe cumplir $cos\ \delta = -1$:

  $$\delta = \pi \cdot (2n + 1)$$

  $$I_1 = I_2$$

La Omega de Fran

Ondas estacionarias

Las ondas estacionarias son el resultado de una interferencia entre dos ondas de la misma frecuencia que avanzan en sentidos contrarios. La función de onda de una onda estacionaria es la siguiente:

$$\Psi(x,t) = (c_1 \cdot sen(kx) + c_2 \cdot cos(kx)) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$$

donde $c_{1,2}$ son coeficientes que corresponden con la amplitud de la onda. La amplitud es la parte más importante de la función de onda, ya que es la que determina la posición de los nodos y los vientres.

- Si $\Psi_o(x) = 0$, en el punto de estudio es un nodo.
- Si $\frac{d\Psi_o(x)}{dx} = 0$, en el punto de estudio es un vientre.

Ejemplo 1: Calcular los nodos de la siguiente onda estacionaria:
$\Psi = c_1 sen(kx) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

Ejemplo 1: Calcular los nodos de la siguiente onda estacionaria:
$\Psi = c_1 cos(kx) \cdot \cos(\omega t + \varphi)$

Efecto Doppler

Cuando el foco y/o el receptor de la onda se encuentran en movimiento, se produce una variación de la frecuencia, de tal forma que el oyente recibe un sonido cuya frecuencia ha sido modulada. Esta variación dependerá de la velocidad del oyente y de la fuente, además de la frecuencia original de la onda.

$$f' = f\frac{v_s \pm v_o}{v_s \pm v_f}$$

f' es la frecuencia percibida

f es la frecuencia emitida

v_s es la velocidad del sonido

v_o es la velocidad del oyente

v_f es la velocidad de la fuente

La clave para poder aplicar la fórmula que representa el efecto Doppler es determinar los signos del numerador y del denominador, los cuales dependen de cada caso:

- Si fuente y oyente se acercan: $f' > f$
- Si fuente y oyente se alejan: $f' < f$

TEMA 5: Unidades Logarítmicas

Las unidades logarítmicas son una forma de medir cantidades que varían en una escala muy amplia, utilizando logaritmos para simplificar su representación y comparación.

Conversión de unidades Naturales a unidades Logarítmicas

$$P(dBW) = 10\log_{10}(\frac{p(W)}{1\,W}) \rightarrow p(w) = 10^{P(dBW)/10} \cdot 1W$$

$$P(dBm) = 10\log_{10}(\frac{p(mW)}{1mW}) \rightarrow p(mW) = 10^{P(dBm)/10} \cdot 1mW$$

$$G(dB) = 10\log_{10}\left(\frac{p_1(W)}{p_2(W)}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{p_1(mW)}{p_2(mW)}\right) \rightarrow g = 10^{G(dB)/10}\ veces\ de\ potencia$$

NOTA: Para convertir dBW a dBm o viceversa se puede utilizar la siguiente ecuación:

$$P(dBm) = P(dBW) + 30dB$$

$$V(dBV) = 20\log_{10}(\frac{V(V)}{1\,V}) \rightarrow V(V) = 10^{V(dBV)/20} \cdot 1V$$

$$G(dB) = 20\log_{10}\left(\frac{V_1(V)}{V_2(V)}\right) = 10\log_{10}\left(\frac{V_1(mV)}{V_2(mV)}\right) \rightarrow g = 10^{G(dB)/20}\ veces\ de\ tensión$$

Operaciones Permitidas y PROHIBIDAS

Permitidas:

$dBW \pm dB = dBW,\ dBm \pm dB = dBm,\ dB \pm dB = dB,\ dBW - dBW = dB$ y $dBm - dBm = dB$

Prohibidas:

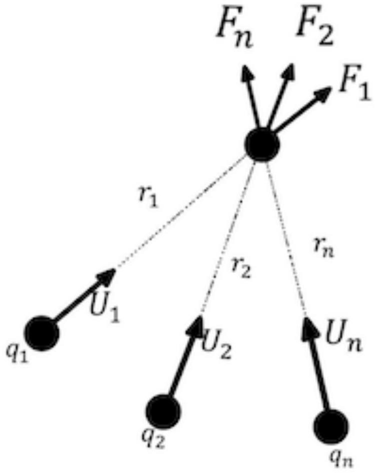
$dBW + dBW,\ dBm + dBm, ,\ dBW \pm dBm$ y por supuesto mezclar unidades.

La Omega de Fran

TEMA 6: Electroestática

Fuerza eléctrica. Ley de Coulomb

La Ley de Coulomb describe la interacción entre cargas eléctricas. Establece que la fuerza eléctrica entre dos cargas es directamente proporcional al producto de las cargas e inversamente proporcional al cuadrado de la distancia que las separa.



$$\bar{F} = K_e \frac{q_1 \cdot q_2}{r^2} \overline{U_r}$$

donde:

$K_e = \frac{1}{4\pi\varepsilon_o}$, es la constante eléctrica y $\varepsilon_o = 8.854 \cdot 10^{-12} \frac{C^2}{N \cdot m^2}$

r es la distancia entre las cargas

q_1, q_2 el valor de las cargas en culombios

NOTA: Para calcular la fuerza que recibe una carga ante la presencia de 'n' cargas puntuales se puede utilizar el principio de superposición.

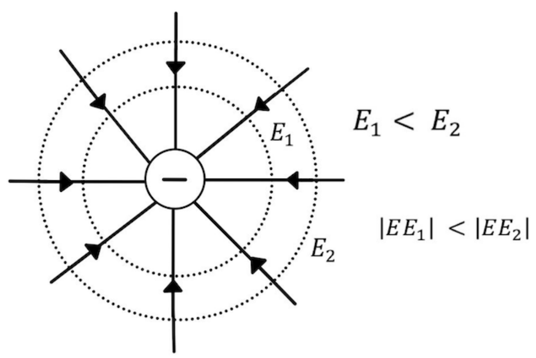
$$\sum_{i=0}^{n} \bar{F} = K_e \frac{q_0 \cdot q_i}{{r_i}^2} \overline{U_{r_i}}$$

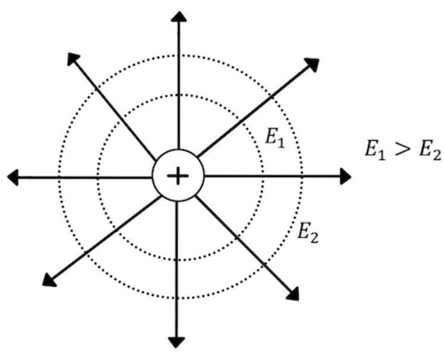
Campo eléctrico

El campo eléctrico es la una fuerza que rodea a las cargas eléctricas y que hace que otras cargas sientan una atracción o repulsión.

$\bar{E} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r^2} \overline{U_r} = k \frac{q}{r^2} \overline{U_r}$ Campo eléctrico generado por una carga puntual.

NOTA: Las líneas de campo eléctrico son la representación gráfica del campo eléctrico. En una carga positiva las líneas de campo son salientes y en una carga negativa las líneas de campo son entrantes.





Omega de Fran

Potencial eléctrico

El potencial eléctrico indica la cantidad de energía potencial eléctrica por unidad de carga que tiene una carga en un punto específico de un campo eléctrico. El campo eléctrico es conservativo esto significa que el trabajo necesario para mover una unidad de carga positiva de un punto a otro no depende del camino que se siga sino únicamente del punto de partida y de llegada.

$Ep = \mathrm{q} \cdot V$, *Energía potencial eléctrica.*

$W = -\Delta Ep = -\mathrm{q} \cdot (V_F - V_i)$, *Trabajo realizado por el campo eléctrico.*

NOTA: El potencial de una carga puntual se calcula como $V = \frac{q}{4\pi\varepsilon_o r}$, por lo tanto, todos los puntos con la misma distancia a la cargan serán puntos equipotenciales.

Flujo eléctrico

Representa la cantidad de campo eléctrico que atraviesa una superficie dada y está relacionado directamente con la carga eléctrica que genera el campo.

$$\oiint \overline{\boldsymbol{E}} \cdot \overline{dS} = \frac{q_{Encerrada}}{\varepsilon_o}$$

La Omega de Fran